Matemáticas para la Empresa. 2018-2019

TEMA 1
Funciones Reales de una variable.

UNIVERSIDAD NEBRIJA

Lenguaje matemático **HOJA 1**

1. a) Escribe tres propiedades de la suma y del producto de números reales. ¿Qué significa opuesto? ¿Cuál es el inverso de x?
b) Escribe cuatro propiedades que se emplean en las operaciones con potencias.

2. Uso de expresiones algebraicas: (Sydsaeter (1996), p 7, n 1).
a) Una persona compra x_1, x_2 y x_3 unidades de tres productos cuyos precios unitarios son, respectivamente p_1, p_2 y p_3. ¿Cuál es el gasto total?
b) Un automóvil de alquiler cuesta F dólares al día de cuota fija y b dólares por kilómetro. ¿Cuánto paga un cliente que conduce x kilómetros en 1 día?
c) Una compañía tiene costes fijos de F dólares por año y costes variables de c dólares por unidad producida. Hallar la expresión del coste total por unidad (coste total medio) que tiene la compañía si produce x unidades en un año.
d) Una persona tiene un salario anual de L dólares y recibe un aumento del p% seguido de un segundo aumento del q%. ¿Cuál es el nuevo salario anual de esa persona?
e) Se pretende hacer una caja sin tapa a partir de una plancha cuadrada de estaño de 18 cm de lado cortando cuadrados iguales de lado x de cada esquina y doblando sobre las aristas. Hallar el volumen de la caja. (Dibujar la figura.)

3. Uno de los modelos estadísticos más utilizados es el de la correlación lineal. Consiste en ajustar una recta (llamada de regresión) a un conjunto de datos bidimensionales. Si hay evidencia estadística de una correlación fuerte entre los datos dicha recta servirá para realizar estimaciones de una variable a partir de la otra.
Ejemplo: Una compañía de seguros ha estimado que el número de accidente está en función de la edad de los asegurados. En concreto: "Nº accidentes anuales por cada 100 asegurados" = –0,274 · Edad del asegurado + 16,581" → Y = –0,274 · X + 16,581.
Determina el número de accidentes esperado para cada grupo de 100 conductores de 20, 25, 30 y 40 años.
Representa esa recta en el plano cartesiano. ¿Es un modelo coherente? ¿Puede utilizarse para cualquier edad?

4. Una serie de números se define como sigue: $a_1 = 3;\ a_n = 2a_{n-1} + 5$. Utilizando técnicas de recurrencia:
a) Halla a_2, a_3, a_4 y a_5.
b) Determina la expresión general, en función de n, del término a_n. Aplica esa expresión para calcular $a_{10.}$

5. ¿En qué número termina 3^{27}? ¿Y 3^{121}? ¿Y 3^n? → (Busca una secuencia lógica para las sucesivas potencias de 3).

6. Demuestra que es cierta la siguiente conjetura:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

7. Deduce (demostrándola) la fórmula de la solución de la ecuación de segundo grado:

Ecuación: $ax^2 + bx + c = 0$. Solución: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(Intenta, al menos, pasar de la "solución" a la "ecuación": quita el denominador, opera…).

8. Encuentra el error y escribe el resultado correcto.

Resultado **ERRÓNEO**	Resultado correcto
$(2+x)^2 = 4+x^2$	
$(2x+5)^2 = 2x^2+20x+25$	
$(x-3)^2 = x^2-9$	
$5-(2x-7) = 5-2x-7$	
$\left(\frac{1}{3}x\right)\cdot\left(\frac{1}{3}y\right) = \frac{1}{3}(xy)$	
$(2x)^3 = 2x^3$	
$5\cdot 2^3 = 10^3$	
$-4^2 = 16$	
$\sqrt{x^2+y^2} = x+y$	
$\sqrt{16+3x} = 4\sqrt{1+3x}$	
$5\sqrt{x} = \sqrt{5x}$	
$x^2+x^3 = x^5$	
$\frac{3+2x}{x} = 3+2$	
$\frac{x}{a+b} = \frac{x}{a}+\frac{x}{b}$	
$\frac{x}{a}+\frac{x}{b} = \frac{2x}{a+b}$	
$\frac{1}{a}+2 = \frac{3}{a}$	
$\frac{2x^2-3x}{2-3x} = x^2-1$	
$\frac{4-x}{3x-12} = \frac{4-1}{3-12} = \frac{3}{-9} = -\frac{1}{3}$	
$\frac{\ln x}{x} = \ln$	
$\cos x^2 = (\cos x)^2$	

9. ¿Qué significa que dos magnitudes *A* y *B* son directamente proporcionales? Indica los valores de *x* e *y* para que las cantidades correspondientes a *A* y *B* sean directamente proporcionales:

A	2	12	*y*
B	7	*x*	28

10. ¿Qué significa que dos magnitudes *A* y *B* son inversamente proporcionales? Indica los valores de *x* e *y* para que las cantidades correspondientes a *A* y *B* sean inversamente proporcionales:

A	2	20	*y*
B	14	*x*	28

Soluciones:

3. 11,101; 9,731; 8,361; 5,621.

4. 3, 11, 27, 59, 123. $a_n = 2^{n+2} - 5$. 4091.

5. 7; 3. En 1, 3, 9 o7 si $n = 4p$, $4p + 1$, $4p + 2$, $4p + 3$, respectivamente.

9. $x = 42$; $y = 8$.

10. $x = 1{,}4$; $y = 1$.

8.

Resultado **erróneo**	Resultado correcto
$(2+x)^2 = 4 + x^2$	$(2+x)^2 = 4 + 4x + x^2$
$(2x+5)^2 = 2x^2 + 20x + 25$	$(2x+5)^2 = (2x)^2 + 20x + 25 = 4x^2 + 20x + 25$
$(x-3)^2 = x^2 - 9$	$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$
$5 - (2x - 7) = 5 - 2x - 7$	$5 - (2x - 7) = 5 - 2x + 7 = 12 - 2x$
$\left(\frac{1}{3}x\right)\cdot\left(\frac{1}{3}y\right) = \frac{1}{3}(xy)$	$\left(\frac{1}{3}x\right)\cdot\left(\frac{1}{3}y\right) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}(xy) = \frac{1}{9}xy$
$(2x)^3 = 2x^3$	$(2x)^3 = 2^3\cdot x^3 = 8x^3$
$5\cdot 2^3 = 10^3$	$5\cdot 2^3 = 5\cdot 8 = 40$
$-4^2 = 16$	$-4^2 = -4\cdot 4 = -16$
$\sqrt{x^2 + y^2} = x + y$	Debe dejarse como $\sqrt{x^2 + y^2}$
$\sqrt{16+3x} = 4\sqrt{1+3x}$	Debe dejarse como $\sqrt{16+3x}$
$5\sqrt{x} = \sqrt{5x}$	$5\sqrt{x} = \sqrt{5^2 x} = \sqrt{25x}$
$x^2 + x^3 = x^5$	Puede ponerse así: $x^2 + x^3 = x^2(1+x)$
$\frac{3+2x}{x} = 3 + 2$	Puede ponerse así: $\frac{3}{x} + \frac{2x}{x} = \frac{3}{x} + 2$
$\frac{x}{a+b} = \frac{x}{a} + \frac{x}{b}$	Debe dejarse como $\frac{x}{a+b}$
$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = \frac{2x}{a+b}$	$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = \frac{xb}{ab} + \frac{xa}{ab} = \frac{xb+xa}{ab} = \frac{x(a+b)}{ab}$
$\frac{1}{a} + 2 = \frac{3}{a}$	$\frac{1}{a} + 2 = \frac{1}{a} + \frac{2a}{a} = \frac{1+2a}{a}$
$\frac{2x^2 - 3x}{2 - 3x} = x^2 - 1$	Debe dejarse como $\frac{2x^2 - 3x}{2 - 3x}$
$\frac{4-x}{3x-12} = \frac{4-1}{3-12} = \frac{3}{-9} = -\frac{1}{3}$	$\frac{4-x}{3x-12} = \frac{4-x}{3(x-4)} = \frac{-(x-4)}{3(x-4)} = -\frac{1}{3}$
Observa que en el ejemplo anterior la *magia* ha hecho que el resultado sea el mismo. Pero no es lo mismo; basta con que cambies la x por x^2.	
$\frac{\ln x}{x} = \ln$	No puede simplificarse.
$\cos x^2 = (\cos x)^2$	$\cos x^2 = \cos(x)^2$; $(\cos x)^2 = (\cos x)\cdot(\cos x)$